

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۶ / ۵		سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مجموعه جواب نامعادله مقابل را به صورت فاصله نوشته و روی محور نمایش دهید.	۱
۱	$-3 < \frac{3x+1}{2} < 2$	
۲	دو تابع $y = x^2 + ax - 3b$ و $y = -x + b$ داده شده اند، a و b را محاسبه کنید به طوری که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه ای به طول ۱ همدیگر را قطع کنند.	۱
۳	دامنه تابع مقابل را تعیین کرده و آن را به صورت فاصله نمایش دهید.	۱
۱	$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3-x}}$	
۴	تابع $f(x) = \frac{1}{2x}$ مفروض است. الف) $f \circ f(x)$ را بیابید. ب) مقدار $f(f(\frac{1}{4}))$ را بدست آورید.	۱
۵	با توجه به نمودار تابع f ، حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$	۰/۷۵
۱/۲۵	$f(x) = \begin{cases} a[x]+1, & x < 2 \\ -bx-2, & x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ دارای حدی برابر صفر باشد.	
۷	حدود زیر را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+2x-8}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 - \sqrt{x+1}}{2x^2 + 5x}$ د) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x+3}{(x-2)^2}$ ه) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot^2 x$ و) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{4-x^2}$	۴
۱/۲۵	a را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2-a^2} = \frac{1}{4}$ باشد.	
« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »		

باسمه تعالی

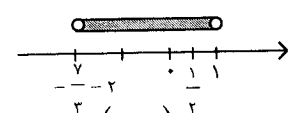
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان		تاریخ امتحان : ۵ / ۶ / ۱۳۸۴	
دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۹	پیوستگی تابع زیر را در نقطه ی $x=2$ بررسی کنید . $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 3x^2 - 20}{x^2 - 4} & , x < 2 \\ 2x + 2 & , x > 2 \\ 6 & , x = 2 \end{cases}$	۱/۷۵
۱۰	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 - 1$ را به ازای $x = 3$ و $\Delta x = 0.5$ به دست آورید .	۰/۷۵
۱۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید : (ساده کردن مشتق لازم نیست.) الف) $f(x) = \sqrt{6x^2 - x - 4}$ ب) $g(x) = 2 \sin^3 x + \cos x^2$ ج) $h(x) = \left(\frac{2}{x} + \sqrt{x}\right)^3$	۲/۲۵
۱۲	معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 - x$ را در نقطه $p(2, 2)$ را بدست آورید .	۱
۱۳	تابع $y = x^3 + ax + b$ مفروض است. a و b را چنان بیابید که تابع در نقطه ای به طول ۱ دارای مینیمم یا ماکزیمم برابر ۲- باشد .	۱
۱۴	جهت تغییرات و نمودار تابع $y = x(x-3)^2$ را رسم کنید . « موفق باشید »	۲
	جمع نمره	۲۰

باسمه تعالی

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۴/۰۶/۰۵	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) و نیم سالی واحدی بزرگسالان	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱	$-3 < \frac{3x+1}{2} < 2 \Rightarrow -6 < 3x+1 < 4 \quad (./25) \Rightarrow -7 < 3x < 3 \Rightarrow \frac{-7}{3} < x < 1 \quad (./25)$  <p>مجموعه جواب $= \left(-\frac{7}{3}, 1\right) \quad (./25)$</p>																				
۲	$(1,0) \Rightarrow \begin{cases} 0 = 1 + a - 3b & (./25) \\ 0 = -1 + b & (./25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + a - 3 = 0 & \\ b = 1 & (./25) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = 2 & (./25) \end{matrix}$																				
۳	$\frac{x-1}{3-x} \geq 0 \quad \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 3-x=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$x-1$</td> <td>-</td> <td> </td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$3-x$</td> <td>+</td> <td>+</td> <td> </td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$\frac{x-1}{3-x}$</td> <td>-</td> <td> </td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$D_f = [1, 3) \quad (./25)$</p>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	$x-1$	-		+	+	$3-x$	+	+		-	$\frac{x-1}{3-x}$	-		+	-
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$																	
$x-1$	-		+	+																	
$3-x$	+	+		-																	
$\frac{x-1}{3-x}$	-		+	-																	
۴	<p>الف) $f(f(x)) = \frac{1}{2(\frac{1}{2x})} = x \quad (./25)$</p> <p>ب) $f(\frac{1}{4}) = 2 \quad (./25)$</p> <p>$f(f(\frac{1}{4})) = \frac{1}{4} \quad (./25)$</p>																				
۵	<p>الف) ۲ $(./25)$</p> <p>ب) ۱ $(./25)$</p> <p>ج) وجود ندارد $(./25)$</p>																				
۶	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} a[x]+1 = a \quad (1) + 1 \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -b(2) - 2 \Rightarrow -2b - 2 = 0 \Rightarrow b = -1 \quad (./25)$																				
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »																				

باسمه تعالی

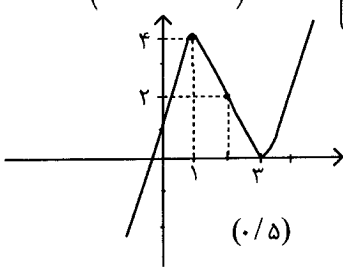
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	رشته : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی (۳)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۴/۰۶/۰۵	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) و نیم سالی واحدی بزرگسالان	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	

راهنمای تصحیح	ردیف
---------------	------

<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+2x-8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+4} = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \times \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 - \sqrt{x+1}}{2x^2 + 5x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{2x^2} = \frac{-3}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>د) $\frac{-2+3}{(\sqrt{-2}-2)^2} = \frac{1}{+} = +\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot x \cdot \lim_{x \rightarrow 0^-} \cot x = (-\infty)^2 = +\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>و) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-x} = \frac{2}{+\infty} = 0$ (۰/۲۵)</p>	۷
<p>$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x-a} \times \frac{1}{x+a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x+a} = \frac{1}{2a} = \frac{1}{2a} \Rightarrow \frac{1}{2a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$ (۰/۲۵)</p>	۸
<p>$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ شرط پیوستگی (۰/۲۵)</p> <p>$f(2) = 6$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x+2) = 2 \times 2 + 2 = 6$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+2x^2-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x^2+5x+10)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2^2+5 \times 2+10}{2+2} = \frac{24}{4} = 6$ (۰/۲۵)</p> <p>پس تابع f در نقطه $x = 2$ پیوسته است. (۰/۲۵)</p>	۹
« ادامه در صفحه‌ی سوم »	

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۰۶/۰۵	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) و نیم سالی واحدی بزرگسالان	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	

راه‌نمای تصحیح	ردیف																											
$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{f(3/5) - f(3)}{0/5} = \frac{11/25 - 8}{0/5} = \frac{6/5}{(0/25)}$	۱۰																											
<p>الف) $f'(x) = \frac{12x-1}{2\sqrt{6x^2-x-4}}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $g'(x) = 6 \cos x \sin^2 x - 2x \sin x^2$ (۰/۲۵)(۰/۲۵)(۰/۲۵)(۰/۲۵)</p> <p>ج) $h'(x) = 3 \left(-\frac{2}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \left(\frac{2}{x} + \sqrt{x} \right)^2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۱																											
<p>$f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow m = f'(2) = 2(2) - 1 = 3$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>خط مماس $y - 2 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۲																											
<p>$(1, -2) \xrightarrow{\text{در تابع}} -2 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = -3$ (۰/۲۵)</p> <p>$y' = 3x^2 + a \Rightarrow 0 = 3(1)^2 + a \Rightarrow a = -3$ (۰/۲۵), $b = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p>	۱۳																											
<p>$y' = 1(x-3)^2 + 2(x-3)(x) \Rightarrow y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$ (۰/۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>\nearrow</td> <td>۴</td> <td>\searrow</td> <td>۲</td> <td>\nearrow</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>max</td> <td></td> <td>min</td> <td></td> </tr> </table> </p> <p>(۰/۵)</p> <p>  </p> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$	y'		+	۰	-	۰	+	y	$-\infty$	\nearrow	۴	\searrow	۲	\nearrow				max		min		۱۴
x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$																							
y'		+	۰	-	۰	+																						
y	$-\infty$	\nearrow	۴	\searrow	۲	\nearrow																						
			max		min																							

مصححین محترم:

با عرض خسته نباشید، لطفاً برای راه حل‌های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.